

Echappement à ancre suisse à repos équidistants

Dégagement d'entrée - Dynamique (deuxième approximation)

Calibre 11 1/2" - seconde au centre - automatique - balancier à vis

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - D_entrée - transmission.mcd(R)

$$T_0 = 0.4 \text{ s} \quad f = 2.5 \text{ s}^{-1} \quad \omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f \quad J_b = 20 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2 \quad \theta_0 = 270 \text{ deg} \quad \psi := 0$$

Couple à la roue d'échappement

$$C_B = 10.019 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad \rho_0 = 4.38 \times 10^3 \quad C_r := \frac{C_B}{\rho_0} \quad C_r = 2.287 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Equation différentielle de l'ancre en contact avec la roue d'échappement

$$\text{Inertie de l'ancre (estimation)} \quad J_a = 0.2 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2 \quad \text{Inertie du rouage} \quad J_{rouage} = 0.602 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

Inertie totale ancre + rouage

$$J_{tot}(\psi) := J_{rouage} \cdot K_{de}(\psi)^2 + J_a \quad J_{tot}(0) = 0.21 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2 \quad J_{tot}(\varepsilon) = 0.214 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

Coefficients de frottements négligés

$$c_a := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \quad f_a := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \quad c_r := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

$$JK_{X_{de}}(\psi) := J_{rouage} \cdot K_{de}(\psi) \cdot X_{de}(\psi)$$

$$Dar(t, \psi) := \left[\frac{s^2}{J_{tot}(\psi_0)} \cdot \left[-JK_{X_{de}}(\psi_0) \cdot \left(\frac{\psi_1}{s} \right)^2 - c_a \cdot \frac{\psi_1}{s} - f_a \cdot \frac{\psi_1}{|\psi_1|} - c_r \cdot K_{de}(\psi_0) \cdot \frac{\psi_1}{s} + C_r \cdot K'_{de}(\psi_0) \right] \right]$$

Equation différentielle du balancier libre

$$f_b = 5 \times 10^{-3} \quad \eta_b = 2 \times 10^{-3} \quad \kappa_b = 2 \times 10^{-4} \quad \omega_0 := \omega_0 \cdot s$$

$$Db_I(t, q) := \left[\begin{array}{c} q_1 \\ -\omega_0^2 \cdot q_0 - \omega_0^2 \cdot f_b \cdot \frac{q_1}{|q_1|} - 2 \cdot (\omega_0 \cdot \eta_b) \cdot q_1 - \kappa_b \cdot \frac{(q_1)^3}{|q_1|} \end{array} \right]$$

Mouvement du balancier en négligeant le frottement quadratique

$$\text{Conditions initiales} \quad \omega := \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \eta_b^2} \quad T := \frac{2 \cdot \pi}{\omega} \quad t_0 := \frac{T}{2} \quad -\theta_0 = -270 \text{ deg} \quad \omega_b := 0 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\theta_{cv}(\varphi) := -f_b + (-\theta_0 + f_b) \cdot \left(\cos(\varphi - \pi) + \frac{\eta_b \cdot \omega_0}{\omega} \cdot \sin(\varphi - \pi) \right) \cdot e^{-\frac{\eta_b \cdot \omega_0}{\omega} \cdot (\varphi - \pi)} \quad \omega_{b_{cv}}(\varphi) := \omega \cdot \left(\frac{d}{d\varphi} \theta_{cv}(\varphi) \right)$$

$$\text{Perte d'amplitude en une alternance libre} \quad \theta_{cv}(2 \cdot \pi) - |\theta_0| = -2.26 \text{ deg}$$

$$\text{Vérification} \quad 2 \cdot f_b + \pi \cdot \eta_b \cdot \theta_0 = 2.27 \text{ deg}$$

Formules de chocs cheville de plateau - entrée de fourchette

Coefficient de restitution $\varepsilon_c := 0.65$

Constante de percussion $G_{de}(\psi) := \frac{J_{tot}(\psi)}{J_b} \cdot \kappa'_{de}(\psi)$ $G_{de}(0) = 2.269 \times 10^{-3}$ $G_{de}(\varepsilon) = 2.658 \times 10^{-3}$

Vitesse angulaire de l'ancre après le choc $\omega a'(\omega_a, \omega_b, \psi) := \omega_a - \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + G_{de}(\psi) \cdot \kappa_{de}(\psi)} \cdot (\omega_a - \kappa_{de}(\psi) \cdot \omega_b)$

Vitesse angulaire du balancier après le choc $\omega b'(\omega_a, \omega_b, \psi) := \omega_b + \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + \frac{1}{G_{de}(\psi) \cdot \kappa_{de}(\psi)}} \cdot \left(\frac{\omega_a}{\kappa_{de}(\psi)} - \omega_b \right)$

Premier choc cheville de plateau - entrée de fourchette

Amplitudes du balancier et de l'ancre au premier choc $\theta_{de} := -0.5 \cdot \lambda_b$ $\psi_{de} := 0 \cdot \text{deg}$

Instant du premier choc $j := 0$

Approximation d'ordre 0 $\varphi_{de} := \pi + \arccos\left(\frac{-\theta_{de}}{\theta_0}\right)$ $\varphi_{de} = 264.9 \text{ deg}$ $t_{de} := \frac{\varphi_{de}}{\omega}$ $t_{de} = 0.29433 \text{ s}$

Sans frottement quadratique $\varphi := \varphi_{de}$ $\varphi_{de} := \text{racine}(\theta_{cv}(\varphi) - \theta_{de}, \varphi)$ $\varphi_{de} = 265.056 \text{ deg}$

$\theta_{cv}(\varphi_{de}) = -24 \text{ deg}$ $t_{de} := \frac{\varphi_{de}}{\omega}$ $t_{de} = 0.29451 \text{ s}$

Avec frottement quadratique $n := 100$ $i := 0..n$ $t_{fin} := 1.1 \cdot t_{de}$

$q := \begin{pmatrix} -\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $q = \begin{pmatrix} -4.712 \\ 0 \end{pmatrix}$ $Z := \text{rkfixe}(q, t_0 \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_I)$ $t_j := Z_{j,0} \text{ s}$

$q_i := Z_{i,1}$ $CSq := \text{cspline}(t, q)$ $\theta(\tau) := \text{interp}(CSq, t, q, \tau)$ $\omega b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$

$\tau := t_{de}$ $t_{de} := \text{racine}(\theta(\tau) - \theta_{de}, \tau)$ $t_{de} = 0.29452 \text{ s}$

Vitesses du balancier et de l'ancre juste avant le premier choc

Balancier Approximation d'ordre 0 $\omega_{de} := -\omega_0 \cdot \theta_0 \cdot \sin(\varphi_{de})$ $\omega_{de} = 73.74658 \text{ s}^{-1}$

Sans frottement quadratique $\omega b_{cv} := \omega b_{cv}(\varphi_{de})$ $\omega b_{cv} = 73.45008 \text{ s}^{-1}$

Avec frottement quadratique $\omega b_j := \omega b(t_{de})$ $\omega b_j = 73.40973 \text{ s}^{-1}$

Ancre $\omega a_j := 0 \cdot s^{-1}$

Vitesses du balancier et de l'ancre juste après le premier choc

Balancier $\omega b_j := \omega b'(\omega a_j, \omega b_j, \psi_{de})$ $\omega b_j = 73.349 \text{ s}^{-1}$

Ancre $\omega a_j := \omega a'(\omega a_j, \omega b_j, \psi_{de})$ $\omega a_j = 26.896 \text{ s}^{-1}$

Situation au premier choc $t_{c_j} := t_{de}$ $t_{c_0} = 0.29452 \text{ s}$

$\theta_0 j := \theta_{de}$ $\theta_0 j = -24 \text{ deg}$ $\omega b_j = 73.41 \text{ s}^{-1}$ $\omega b_j = 73.349 \text{ s}^{-1}$

$\psi_0 j := \psi_{de}$ $\psi_0 j = 0 \text{ deg}$ $\omega a_j = 0$ $\omega a_j = 26.896 \text{ s}^{-1}$

Evolution après le premier choc

$$t_{fin} := 0.75 \cdot T$$

Balancier $q := \begin{pmatrix} \theta 0_j \\ \omega'_{b_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} -0.419 \\ 73.349 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}\left(q, t_{c_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_I\right) \quad t_j := \mathbf{Z}_{i,0} s$

$$q_j := \mathbf{Z}_{i,1} \quad \text{CS}q := \text{cspline}(t, q) \quad \theta(\tau) := \text{interp}(\text{CS}q, t, q, \tau) \quad \omega b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

Ancre $\psi := \begin{pmatrix} \psi 0_j \\ \omega'_{a_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad \psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 26.896 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}\left(\psi, t_{c_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dar}\right) \quad t_j := \mathbf{Z}_{i,0} \cdot s$

$$\psi_j := \mathbf{Z}_{i,1} \quad \text{CS}\psi := \text{cspline}(t, \psi) \quad \psi(\tau) := \text{interp}(\text{CS}\psi, t, \psi, \tau) \quad \omega a(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi(\tau)$$

Déplacement de l'ancre virtuel : fourchette restant en contact avec la cheville de plateau

$$\psi_c(t) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(t))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(t))}\right) - \beta_0 \quad \omega_c(t) := \frac{d}{dt} \psi_c(t)$$

Deuxième choc cheville de plateau - entrée de fourchette

Instant du deuxième choc $j := 1$

itération

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\psi(\tau) - \psi_c(\tau), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{c_j} := t_{ch}(\tau) \quad t_{c_j} = 0.29537 \text{ s}$$

Evolution entre les premier et deuxième chocs

Intervalle de temps entre les deux chocs $\Delta t_{c_j} := t_{c_j} - t_{c_{j-1}} \quad \Delta t_{c_j} = 8.423 \times 10^{-4} \text{ s}$

$$\delta := \frac{\Delta t_{c_j}}{n} \quad t_i := t_{c_{j-1}} + i \cdot \delta \quad T_{i,j} := t_i \quad \tau_d := T^{\langle 1 \rangle}$$

$$\begin{aligned} \psi_{i,j} &:= \psi(t_i) & \psi_d &:= \psi^{\langle j \rangle} & \psi_{c_{i,j}} &:= \psi_c(t_i) & \psi_{cd} &:= \psi_c^{\langle j \rangle} \\ \Omega_{a_{i,j}} &:= \omega a(t_i) & \Omega_{a_{0,1}} &:= \omega_{a_{j-1}} & \Omega_{ad} &:= \Omega_a^{\langle j \rangle} & \Omega_{c_{i,j}} &:= \omega_c(t_i) & \Omega_{cd} &:= \Omega_c^{\langle j \rangle} \\ \theta_{i,j} &:= \theta(t_i) & \theta_d &:= \theta^{\langle j \rangle} & \Omega_{b_{i,j}} &:= \omega b(t_i) & \Omega_{b_{0,1}} &:= \omega_{b_{j-1}} & \Omega_{bd} &:= \Omega_b^{\langle j \rangle} \end{aligned}$$

Calcul du deuxième choc

$$\begin{aligned} \psi 0_j &:= \psi(t_{c_j}) & \psi 0_j &= 0.815 \text{ deg} & \theta 0_j &:= \theta(t_{c_j}) & \theta 0_j &= -20.458 \text{ deg} \\ \omega_{a_j} &:= \omega a(t_{c_j}) & \omega_{a_j} &= 6.768 \text{ s}^{-1} & \omega_{b_j} &:= \omega b(t_{c_j}) & \omega_{b_j} &= 73.424 \text{ s}^{-1} \\ \omega'_{a_j} &:= \omega a'(\omega_{a_j}, \omega_{b_j}, \psi 0_j) & \omega'_{a_j} &= 23.829 \text{ s}^{-1} & \omega'_{b_j} &:= \omega b'(\omega_{a_j}, \omega_{b_j}, \psi 0_j) & \omega'_{b_j} &= 73.382 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Evolution après le deuxième choc

$$t_{fin} := 0.75 \cdot T$$

Balancier $q := \begin{pmatrix} \theta 0_j \\ \omega'_{b_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} -0.357 \\ 73.382 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}\left(q, t_{c_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_I\right) \quad t_j := \mathbf{Z}_{i,0} s$

$$q_j := \mathbf{Z}_{i,1} \quad \text{CS}q := \text{cspline}(t, q) \quad \theta(\tau) := \text{interp}(\text{CS}q, t, q, \tau) \quad \omega b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

Ancre $\psi := \begin{pmatrix} \psi 0_j \\ \omega'_{a_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad \psi = \begin{pmatrix} 0.014 \\ 23.829 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := rkfixe\left(\psi, t_{c_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dar}\right) \quad t_i := \mathbf{Z}_i, 0 \cdot s$

$\psi_i := \mathbf{Z}_i, 1 \quad CS\psi := cspline(t, \psi) \quad \psi(\tau) := interp(CS\psi, t, \psi, \tau) \quad \omega a(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi(\tau)$

Déplacement de l'ancre virtuel : fourchette restant en contact avec la cheville de plateau

$$\psi_c(t) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(t))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(t))}\right) - \beta_0 \quad \omega_c(t) := \frac{d}{dt} \psi_c(t)$$

Troisième choc cheville de plateau - entrée de fourchette

Instant du troisième choc $j := 2$

itération

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := racine(\psi(\tau) - \psi_c(\tau), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{c_j} := t_{ch}(\tau) \quad t_{c_j} = 0.29589 \text{ s}$$

Evolution entre les deuxième et troisième chocs

Intervalle de temps entre les deux chocs $\Delta t_{c_j} := t_{c_j} - t_{c_{j-1}} \quad \Delta t_{c_j} = 5.293 \times 10^{-4} \text{ s}$

$$\begin{aligned} \delta &:= \frac{\Delta t_{c_j}}{n} & t_i &:= t_{c_{j-1}} + i \cdot \delta & T_{i,j} &:= t_i & \tau_d &:= pile(\tau_d, T^{\langle j \rangle}) \\ \Psi_{i,j} &:= \psi(t_i) & \Psi_d &:= pile(\Psi_d, \Psi^{\langle j \rangle}) & \Psi_{c_{i,j}} &:= \psi_c(t_i) & \Psi_{cd} &:= pile(\Psi_{cd}, \Psi_c^{\langle j \rangle}) \\ \Omega_{a_{i,j}} &:= \omega a(t_i) & \Omega_{ad} &:= pile(\Omega_{ad}, \Omega_a^{\langle j \rangle}) & \Omega_{c_{i,j}} &:= \omega_c(t_i) & \Omega_{cd} &:= pile(\Omega_{cd}, \Omega_c^{\langle j \rangle}) \\ \Theta_{i,j} &:= \theta(t_i) & \Theta_d &:= pile(\Theta_d, \Theta^{\langle j \rangle}) & \Omega_{b_{i,j}} &:= \omega b(t_i) & \Omega_{bd} &:= pile(\Omega_{bd}, \Omega_b^{\langle j \rangle}) \end{aligned}$$

Calcul du troisième choc

$$\begin{aligned} \psi 0_j &:= \psi(t_{c_j}) & \psi 0_j &= 1.341 \text{ deg} & \theta 0_j &:= \theta(t_{c_j}) & \theta 0_j &= -18.232 \text{ deg} \\ \omega_{a_j} &:= \omega a(t_{c_j}) & \omega_{a_j} &= 10.8 \text{ s}^{-1} & \omega_{b_j} &:= \omega b(t_{c_j}) & \omega_{b_j} &= 73.423 \text{ s}^{-1} \\ \omega'_{a_j} &:= \omega a'(\omega_{a_j}, \omega_{b_j}, \psi 0_j) & \omega'_{a_j} &= 21.95 \text{ s}^{-1} & \omega'_{b_j} &:= \omega b'(\omega_{a_j}, \omega_{b_j}, \psi 0_j) & \omega'_{b_j} &= 73.394 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Evolution après le troisième choc

$$t_{fin} := 0.75 \cdot T$$

Balancier $q := \begin{pmatrix} \theta 0_j \\ \omega'_{b_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} -0.318 \\ 73.394 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := rkfixe\left(q, t_{c_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_l\right) \quad t_i := \mathbf{Z}_i, 0 \cdot s$

$$q_i := \mathbf{Z}_i, 1 \quad CSq := cspline(t, q) \quad \theta(\tau) := interp(CSq, t, q, \tau) \quad \omega b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

Ancre $\psi := \begin{pmatrix} \psi 0_j \\ \omega'_{a_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad \psi = \begin{pmatrix} 0.023 \\ 21.95 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := rkfixe\left(\psi, t_{c_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dar}\right) \quad t_i := \mathbf{Z}_i, 0 \cdot s$

$$\psi_i := \mathbf{Z}_i, 1 \quad CS\psi := cspline(t, \psi) \quad \psi(\tau) := interp(CS\psi, t, \psi, \tau) \quad \omega a(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi(\tau)$$

Déplacement de l'ancre virtuel : fourchette restant en contact avec la cheville de plateau

$$\psi_c(t) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(t))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(t))}\right) - \beta_0 \quad \omega_c(t) := \frac{d}{dt} \psi_c(t)$$

Quatrième choc cheville de plateau - entrée de fourchette

Instant du quatrième choc $j := 3$

itération

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\psi(\tau) - \psi_c(\tau), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{c_j} := t_{ch}(\tau) \quad t_{c_j} = 0.29623 \text{ s}$$

Evolution entre les troisième et quatrième chocs

Intervalle de temps entre les deux chocs $\Delta t_{c_j} := t_{c_j} - t_{c_{j-1}} \quad \Delta t_{c_j} = 3.4 \times 10^{-4} \text{ s}$

$$\begin{aligned} \delta &:= \frac{\Delta t_{c_j}}{n} & t_i &:= t_{c_{j-1}} + i \cdot \delta & T_{i,j} &:= t_i & \tau_d &:= \text{pile}(\tau_d, T^{\langle j \rangle}) \\ \Psi_{i,j} &:= \psi(t_i) & \Psi_d &:= \text{pile}(\Psi_d, \Psi^{\langle j \rangle}) & \Psi_{c_{i,j}} &:= \psi_c(t_i) & \Psi_{cd} &:= \text{pile}(\Psi_{cd}, \Psi_c^{\langle j \rangle}) \\ \Omega_{a_{i,j}} &:= \omega_a(t_i) & \Omega_{ad} &:= \text{pile}(\Omega_{ad}, \Omega_a^{\langle j \rangle}) & \Omega_{c_{i,j}} &:= \omega_c(t_i) & \Omega_{cd} &:= \text{pile}(\Omega_{cd}, \Omega_c^{\langle j \rangle}) \\ \Theta_{i,j} &:= \theta(t_i) & \Theta_d &:= \text{pile}(\Theta_d, \Theta^{\langle j \rangle}) & \Omega_{b_{i,j}} &:= \omega_b(t_i) & \Omega_{bd} &:= \text{pile}(\Omega_{bd}, \Omega_b^{\langle j \rangle}) \end{aligned}$$

Calcul du quatrième choc

$$\begin{aligned} \psi_{0j} &:= \psi(t_{c_j}) & \psi_{0j} &= 1.685 \text{ deg} & \theta_{0j} &:= \theta(t_{c_j}) & \theta_{0j} &= -16.802 \text{ deg} \\ \omega_{a_j} &:= \omega_a(t_{c_j}) & \omega_{a_j} &= 13.414 \text{ s}^{-1} & \omega_{b_j} &:= \omega_b(t_{c_j}) & \omega_{b_j} &= 73.418 \text{ s}^{-1} \\ \omega'_{a_j} &:= \omega_a'(\omega_{a_j}, \omega_{b_j}, \psi_{0j}) & \omega'_{a_j} &= 20.687 \text{ s}^{-1} & \omega'_{b_j} &:= \omega_b'(\omega_{a_j}, \omega_{b_j}, \psi_{0j}) & \omega'_{b_j} &= 73.399 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Evolution après le quatrième choc

$$t_{fin} := 0.75 \cdot T$$

Balancier $q := \begin{pmatrix} \theta_{0j} \\ \omega'_{b_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} -0.293 \\ 73.399 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}(q, t_{c_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_I) \quad t_j := \mathbf{Z}_{i,0} \text{ s}$

$$q_i := \mathbf{Z}_{i,1} \quad \text{CSq} := \text{cspline}(t, q) \quad \theta(\tau) := \text{interp}(\text{CSq}, t, q, \tau) \quad \omega_b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

Ancre $\psi := \begin{pmatrix} \psi_{0j} \\ \omega'_{a_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad \psi = \begin{pmatrix} 0.029 \\ 20.687 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}(\psi, t_{c_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dar}) \quad t_j := \mathbf{Z}_{i,0} \cdot s$

$$\psi_i := \mathbf{Z}_{i,1} \quad \text{CS}\psi := \text{cspline}(t, \psi) \quad \psi(\tau) := \text{interp}(\text{CS}\psi, t, \psi, \tau) \quad \omega_a(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi(\tau)$$

Déplacement de l'ancre virtuel : fourchette restant en contact avec la cheville de plateau

$$\psi_c(t) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(t))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(t))}\right) - \beta_0 \quad \omega_c(t) := \frac{d}{dt} \psi_c(t)$$

Cinquième choc cheville de plateau - entrée de fourchette

Instant du cinquième choc $j := 4$

itération

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\psi(\tau) - \psi_c(\tau), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{c_j} := t_{ch}(\tau) \quad t_{c_j} = 0.29645 \text{ s}$$

Evolution entre les quatrième et cinquième chocs

Intervalle de temps entre les deux chocs $\Delta t_{c_j} := t_{c_j} - t_{c_{j-1}} \quad \Delta t_{c_j} = 2.193 \times 10^{-4} \text{ s}$

$$\begin{aligned} \delta &:= \frac{\Delta t_{c_j}}{n} & t_i &:= t_{c_{j-1}} + i \cdot \delta & T_{i,j} &:= t_i & \tau_d &:= \text{pile}(\tau_d, T^{(j)}) \\ \psi_{i,j} &:= \psi(t_i) & \Psi_d &:= \text{pile}(\Psi_d, \Psi^{(j)}) & \psi_{c_{i,j}} &:= \psi_c(t_i) & \Psi_{cd} &:= \text{pile}(\Psi_{cd}, \Psi_c^{(j)}) \\ \Omega_{a_{i,j}} &:= \omega a(t_i) & \Omega_{ad} &:= \text{pile}(\Omega_{ad}, \Omega_a^{(j)}) & \Omega_{c_{i,j}} &:= \omega_c(t_i) & \Omega_{cd} &:= \text{pile}(\Omega_{cd}, \Omega_c^{(j)}) \\ \theta_{i,j} &:= \theta(t_i) & \Theta_d &:= \text{pile}(\Theta_d, \Theta^{(j)}) & \Omega_{b_{i,j}} &:= \omega b(t_i) & \Omega_{bd} &:= \text{pile}(\Omega_{bd}, \Omega_b^{(j)}) \end{aligned}$$

Calcul du cinquième choc

$$\begin{aligned} \psi 0_j &:= \psi(t_{c_j}) & \psi 0_j &= 1.91 \text{ deg} & \theta 0_j &:= \theta(t_{c_j}) & \theta 0_j &= -15.88 \text{ deg} \\ \omega_{a_j} &:= \omega a(t_{c_j}) & \omega_{a_j} &= 15.111 \text{ s}^{-1} & \omega_{b_j} &:= \omega b(t_{c_j}) & \omega_{b_j} &= 73.413 \text{ s}^{-1} \\ \omega'_{a_j} &:= \omega a'(\omega_{a_j}, \omega_{b_j}, \psi 0_j) & \omega'_{a_j} &= 19.849 \text{ s}^{-1} & \omega'_{b_j} &:= \omega b'(\omega_{a_j}, \omega_{b_j}, \psi 0_j) & \omega'_{b_j} &= 73.401 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

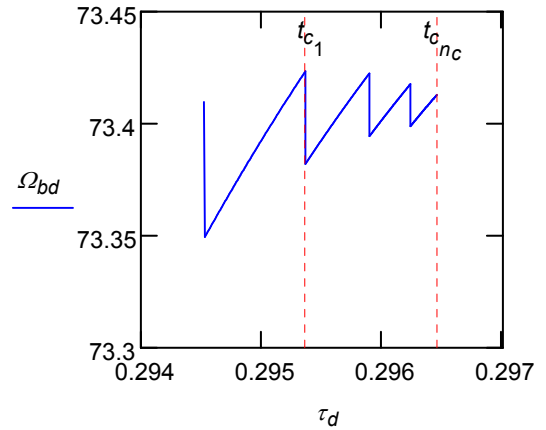
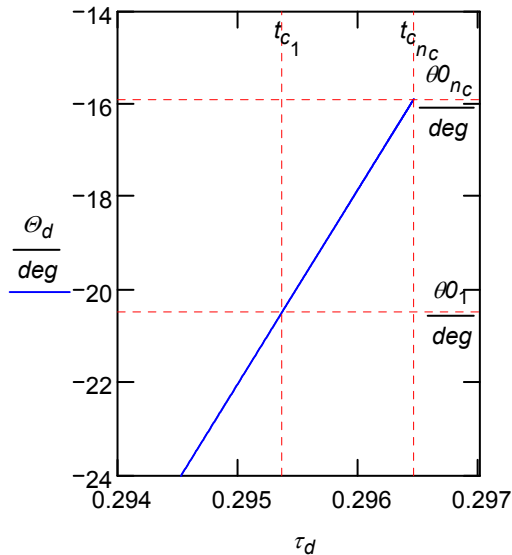
Situation à la fin du cinquième choc

$n_c := j$

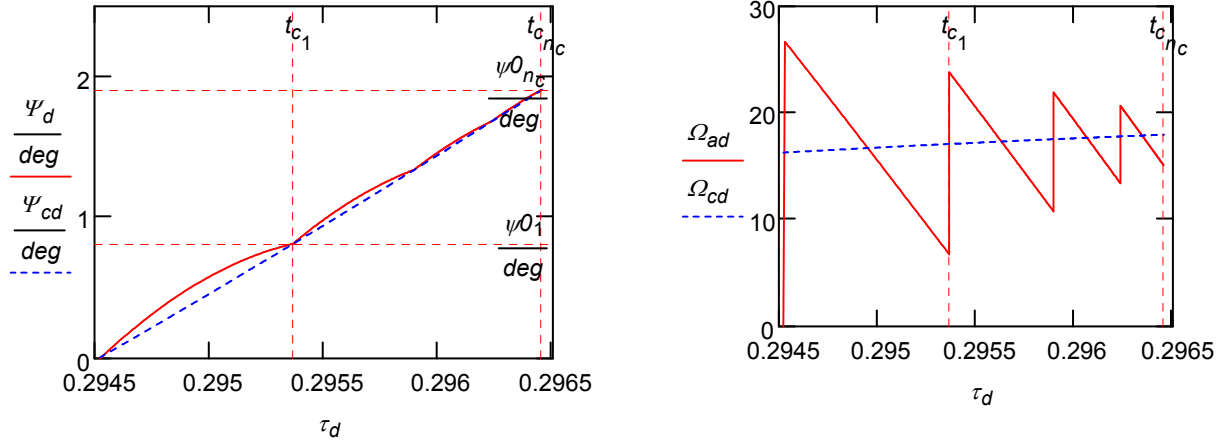
$ms := 10^{-3} \cdot s$

$$t_c = \begin{pmatrix} 0.29452 \\ 0.29537 \\ 0.29589 \\ 0.29623 \\ 0.29645 \end{pmatrix} \text{ s} \quad \Delta t_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.842 \\ 0.529 \\ 0.34 \\ 0.219 \end{pmatrix} \text{ ms} \quad \theta 0 = \begin{pmatrix} -24 \\ -20.458 \\ -18.232 \\ -16.802 \\ -15.88 \end{pmatrix} \text{ deg} \quad \omega_b = \begin{pmatrix} 73.41 \\ 73.424 \\ 73.423 \\ 73.418 \\ 73.413 \end{pmatrix} \text{ s}^{-1} \quad \omega'_b = \begin{pmatrix} 73.349 \\ 73.382 \\ 73.394 \\ 73.399 \\ 73.401 \end{pmatrix} \text{ s}^{-1}$$

Mouvement du balancier



Mouvement de l'ancre



$$\psi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.815 \\ 1.341 \\ 1.685 \\ 1.91 \end{pmatrix} \text{deg} \quad \omega_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 6.768 \\ 10.8 \\ 13.414 \\ 15.111 \end{pmatrix} \text{s}^{-1} \quad \omega'_a = \begin{pmatrix} 26.896 \\ 23.829 \\ 21.95 \\ 20.687 \\ 19.849 \end{pmatrix} \text{s}^{-1}$$

Fin du dégagement par glissement

Couple exercé sur le balancier

$$\psi_{cb}(\theta) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta)}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta)}\right) - \beta_0 \quad C_b(\theta) := \kappa'_{de}(\psi_{cb}(\theta)) \cdot K'_{de}(\psi_{cb}(\theta)) \cdot C_r$$

Equation différentielle et mouvement du balancier

$$\mathbf{Db}_d(t, q) := \begin{bmatrix} q_1 \\ -\omega_0^2 \cdot q_0 - \omega_0^2 \cdot f_b \cdot \frac{q_1}{|q_1|} - 2 \cdot (\omega_0 \cdot \eta_b) \cdot q_1 - \kappa_b \cdot \frac{(q_1)^3}{|q_1|} + \frac{C_b(q_0) \cdot s^2}{J_b} \end{bmatrix}$$

$$q := \begin{pmatrix} \theta_{n_c} \\ \omega'_{b_{n_c}} \cdot s \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} -0.277 \\ 73.401 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}\left(q, t_{c_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_d\right) \quad t_j := \mathbf{Z}_{i,0} s$$

$$q_j := \mathbf{Z}_{i,1} \quad \text{CSq} := \text{cspline}(t, q) \quad \theta(\tau) := \text{interp}(\text{CSq}, t, q, \tau) \quad \omega_b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

Mouvement de l'ancre en contact avec la cheville $\psi_c(t) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(t))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(t))}\right) - \beta_0 \quad \omega_c(t) := \frac{d}{dt} \psi_c(t)$

Fin du dégagement

$$j := j + 1$$

Angle de fin du dégagement

$$\theta_{fde} := \theta_{de} + D_b \quad \theta_{fde} = -13.498 \text{ deg} \quad \psi_{cb}(\theta_{fde}) = 2.5 \text{ deg}$$

Instant de fin de dégagement

$$\tau := t_{c_{n_c}} \quad t_{fde} := \text{racine}(\theta(\tau) - \theta_{fde}, \tau) \quad t_{fde} = 0.29702 \text{ s} \quad t_{c_j} := t_{fde}$$

Evolution après le dernier choc

$$\Delta t_{c_j} := t_{c_j} - t_{c_{j-1}}$$

$$\Delta t_{c_j} = 0.566 \text{ ms}$$

$$\psi_c(t_{fde}) = 2.5 \text{ deg}$$

$$\delta t := \frac{\Delta t_{c_j}}{n} \quad t_i := t_{c_{j-1}} + i \cdot \delta t \quad T_{i,j} := t_i \quad \tau_d := \text{pile}(\tau_d, T^{\langle j \rangle})$$

$$\psi_{i,j} := \psi_c(t_i) \quad \psi_d := \text{pile}(\psi_d, \psi^{\langle j \rangle})$$

$$\psi_{c_{i,j}} := \psi_c(t_i) \quad \psi_{cd} := \text{pile}(\psi_{cd}, \psi_c^{\langle j \rangle})$$

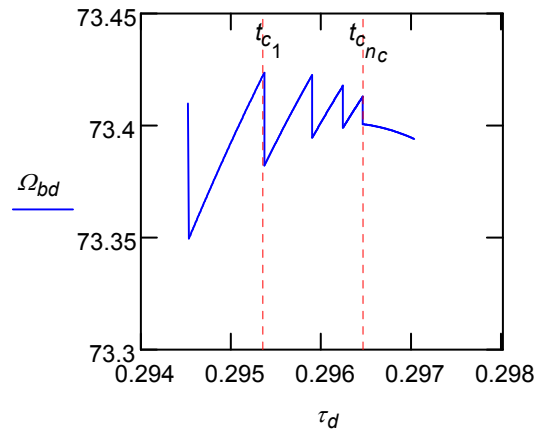
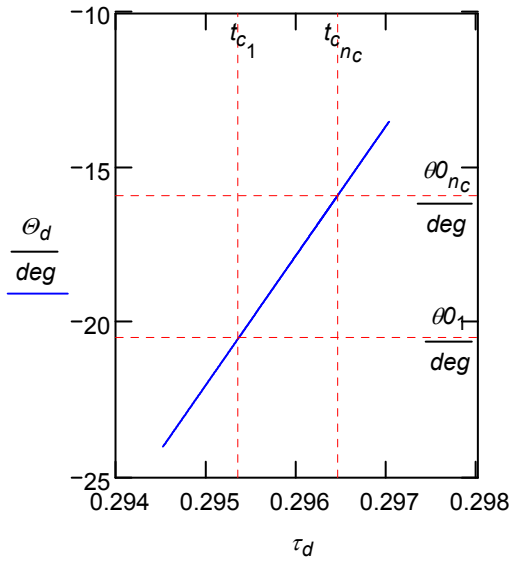
$$\Omega_{a_{i,j}} := \omega_c(t_i) \quad \Omega_{ad} := \text{pile}(\Omega_{ad}, \Omega_a^{\langle j \rangle})$$

$$\Omega_{c_{i,j}} := \omega_c(t_i) \quad \Omega_{cd} := \text{pile}(\Omega_{cd}, \Omega_c^{\langle j \rangle})$$

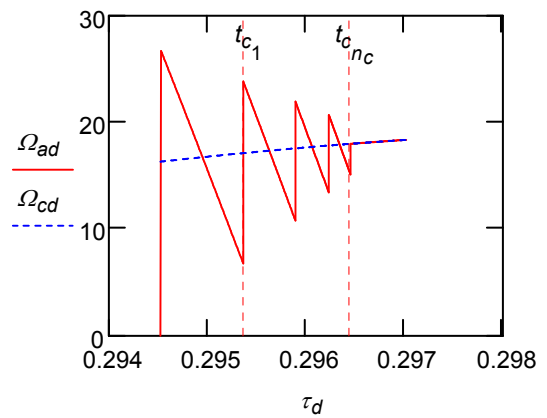
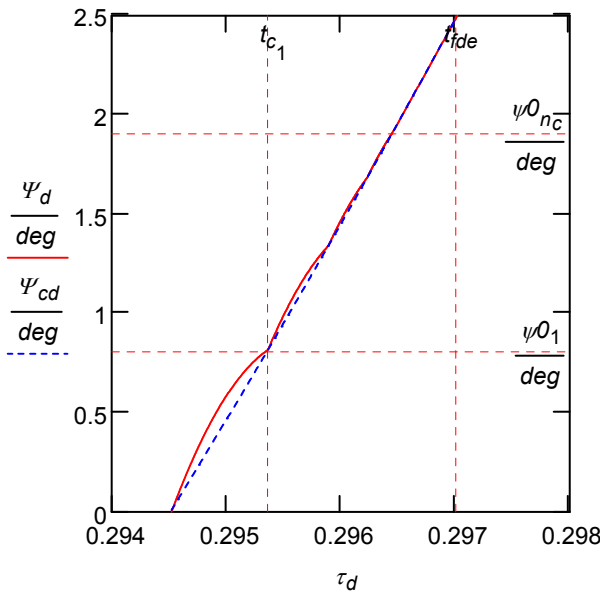
$$\Theta_{i,j} := \theta(t_i) \quad \Theta_d := \text{pile}(\Theta_d, \Theta^{\langle j \rangle})$$

$$\Omega_{b_{i,j}} := \omega_b(t_i) \quad \Omega_{bd} := \text{pile}(\Omega_{bd}, \Omega_b^{\langle j \rangle})$$

Mouvement du balancier



Mouvement de l'ancre



Mouvement de la roue d'échappement

$$np_{tot} := \text{dernier}(\tau_d)$$

$$np_{tot} = 504$$

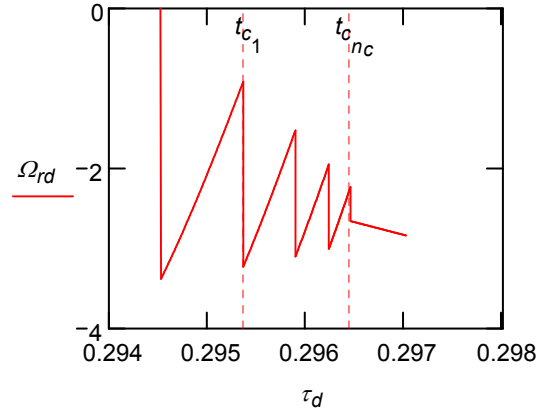
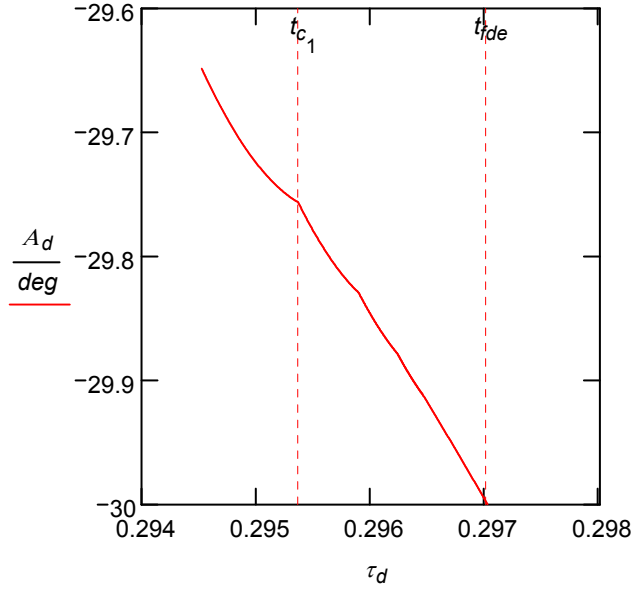
$$k := 0, 1 \dots np_{tot}$$

$$A_{d_k} := \alpha_C(\psi_{d_k})$$

$$\Omega_{rd_k} := K_{de}(\psi_{d_k}) \cdot \Omega_{ad_k}$$

$$\alpha_C(0) = -29.649 \text{ deg}$$

$$\alpha_C(\varepsilon) = -30 \text{ deg}$$



Situation à la fin du dégagement

$$t_{fde} = 0.29702 \text{ s}$$

Balancier $\theta_{fde} = -13.498 \text{ deg}$

$$\omega b_{fde} := \omega b(t_{fde})$$

$$\omega b_{fde} = 73.394 \text{ s}^{-1}$$

Ancre $\psi_{fde} := \psi_{cb}(\theta_{fde}) \quad \psi_{fde} = 2.5 \text{ deg}$

$$\omega a_{fde} := \kappa_{de}(\psi_{fde}) \cdot \omega b_{fde}$$

$$\omega a_{fde} = 18.357 \text{ s}^{-1}$$

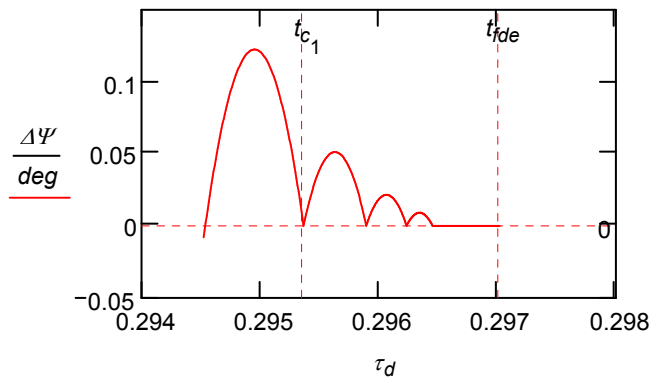
Roue $\alpha_{fde} := \alpha_C(\psi_{fde}) \quad \alpha_{fde} = -29.649 \text{ deg}$

$$\omega r_{fde} := K_{de}(\psi_{fde}) \cdot \omega a_{fde}$$

$$\omega r_{fde} = -2.805 \text{ s}^{-1}$$

Écart maximal entre fourchette et cheville

$$\Delta \Psi := \Psi_d - \Psi_{cd}$$



$$\Delta \psi_m := \max(\Delta \Psi) \quad \Delta \psi_m = 0.122 \text{ deg}$$

$$ind(x, x_m) := \begin{cases} j \leftarrow 0 \\ \text{while } x_j < x_m \\ j \leftarrow j + 1 \\ j \end{cases}$$

$$ind := ind(\Delta \Psi, \Delta \psi_m) \quad \Delta \Psi_{ind} = 0.122 \text{ deg}$$

$$\tau_{d_{ind}} = 0.29495 \text{ s}$$

$$\Psi_{d_{ind}} = 0.537 \text{ deg}$$

$$\delta_{tol} := R'_2(\Psi_{d_{ind}}) \cdot \Psi_{d_{ind}}$$

$$\delta_{tol} = 0.026 \text{ mm}$$